



MATEMÁTICAS II

INDICACIONES AL ALUMNO

1. Deben escogerse solo **cuatro** ejercicios elegidos entre los ocho de que consta el examen.
2. Si realizan más de cuatro ejercicios solo se corregirán los cuatro primeros, según el orden que aparecen resueltos en el cuadernillo de examen.
3. Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
4. Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
5. **No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.**

**Ejercicio 1** [2.5 PUNTOS]

Considera el sistema de ecuaciones: 
$$\begin{cases} \lambda^2 x + 3y = 3\lambda \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$
 dependiente del parámetro  $\lambda$ .

- 1) [1 PUNTO] Determina para qué valores de  $\lambda$  el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvelo en ese caso.
- 2) [1 PUNTO] Determina para qué valores de  $\lambda$  el sistema tiene solución única y resuélvelo en ese caso, expresando la solución en función del parámetro  $\lambda$  si es necesario.
- 3) [0.5 PUNTOS] Determina para qué valores de  $\lambda$  el sistema no tiene solución.

**Ejercicio 2** [2.5 PUNTOS]

Considera la función  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ .

- 1) [0.5 PUNTOS] Calcula la derivada primera.
- 2) [0.5 PUNTOS] Halla los intervalos de crecimiento, y/o decrecimiento.
- 3) [0.5 PUNTOS] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto  $x = 2$ .
- 4) [1 PUNTO] Calcula  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

**Ejercicio 3** [2.5 PUNTOS]

Considera los puntos  $A = (1, 1, 0)$ ,  $B = (0, 1, 1)$ ,  $C = (-1, 0, 1)$  y el origen de coordenadas  $O$ .

- 1) [0.75 PUNTOS] Calcula la ecuación del plano,  $\Pi$ , que contiene a los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .
- 2) [0.25 PUNTOS] Comprueba que el origen de coordenadas,  $O$ , está contenido en el plano  $\Pi$ .
- 3) [0.5 PUNTOS] Comprueba que  $\overrightarrow{AB}$  es paralelo a  $\overrightarrow{OC}$  y que  $\overrightarrow{AO}$  es paralelo a  $\overrightarrow{BC}$ .
- 4) [1 PUNTO] Calcula el área del paralelogramo  $ABCO$ .

**Ejercicio 4 [2.5 PUNTOS]**

Una determinada especie de aves siempre pone dos huevos, pero a la madre solo le es posible alimentar a un polluelo, el más fuerte de los dos. El polluelo del huevo que primero eclosiona tiene un 60% de probabilidad de ser el superviviente, mientras que el polluelo del huevo que eclosiona en segundo lugar tiene una probabilidad de sobrevivir del 30%.

- 1) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que un polluelo cualquiera sea el superviviente, si no sabemos si eclosionó en primer lugar o en segundo lugar su huevo.
- 2) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que un ave adulta de dicha especie proceda de un huevo eclosionado en segundo lugar.

**Ejercicio 5 [2.5 PUNTOS]**

Considera la ecuación matricial  $XA - 2X = A$ , en donde  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & -2 \end{pmatrix}$ , siendo  $a$  una constante real.

- 1) [0.5 PUNTOS] Estudia el rango de  $A$  en función del parámetro  $a$ .
- 2) [0.25 PUNTOS] Indica para que valores se puede calcular la inversa de  $A$ .
- 3) [0.75 PUNTOS] Despeja  $X$  de la ecuación matricial.
- 4) [1 PUNTO] Calcula  $X$  para  $a = 2$ .

**Ejercicio 6 [2.5 PUNTOS]**

Considera la función  $f(x) = -x^2 + 4x$ .

- 1) [0.25 PUNTOS] Calcula la derivada de  $f(x)$ .
- 2) [0.75 PUNTOS] Halla los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de  $f(x)$ .
- 3) [0.5 PUNTOS] Calcula una primitiva de  $f(x)$ .
- 4) [1 PUNTO] Calcula el área del recinto limitado por  $f(x)$ , las rectas  $x = 1$ ,  $x = 3$  y el eje OX de abscisas.

**Ejercicio 7 [2.5 PUNTOS]**

Considera los puntos  $A = (2, 1, 5)$ ,  $B = (3, 4, 1)$  y la recta  $r = \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 4 - 3\lambda \\ z = 1 - 4\lambda \end{cases}$

- 1) [0.5 PUNTOS] Calcula la ecuación de la recta,  $r'$ , que pase por  $A$  y  $B$
- 2) [1 PUNTO] Determina la posición relativa de las rectas  $r$  y  $r'$ .
- 3) [1 PUNTO] Calcula el área del triángulo de vértices  $A$ ,  $B$  y el origen de coordenadas.

**Ejercicio 8 [2.5 PUNTOS]**

En una determinada población de adultos sanos, la concentración media de colesterol en sangre sigue una distribución normal con media 190 mg/dl y desviación típica 30 mg/dl. Un nivel elevado de colesterol puede indicar posibles problemas de salud.

- 1) [1.25 PUNTOS] Calcula la probabilidad de que un adulto sano de la población tenga un nivel de colesterol superior a 250 mg/dl.
- 2) [1.25 PUNTOS] Calcula qué nivel de colesterol solo superan el 1% de adultos sanos de dicha población.

